

## Espaces vectoriels normés (II)

### Plan de cours

Suites d'éléments d'un evn. Convergence d'une telle suite, unicité de la limite. Toute suite convergente est bornée.

Suites extraites, valeurs d'adhérence d'une suite.

Caractérisation séquentielle des points adhérents, des fermés.

Topologie induite.

Limite d'une fonction en un point adhérent à son domaine. Caractérisation séquentielle de la limite. Opérations algébriques sur les limites.

Continuité ponctuelle (généralités).

Continuité globale. Caractérisation de la continuité globale par les images réciproques de fermés ou d'ouverts (pas de démonstration).

Prolongation d'une égalité par densité et continuité.

Applications uniformément continues, applications lipschitziennes (exemples et généralités).

Caractérisation de continuité des applications linéaires.

Comparaison des normes : définition.

Diverses caractérisations du fait que deux normes soient équivalentes (pas de démonstration).

Exemples de normes non équivalentes.

En dimension finie, toutes les normes sont équivalentes (résultat admis).

Si  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et si  $E$  est de dimension finie, alors  $f$  est continue.

Compacité : définition (propriété de Bolzano-Weierstrass). Union finie compacts, produit fini de compacts. Tout compact est fermé borné. Caractérisation de la convergence dans un compact (pas de démonstration).

Image continue d'un compact.

Théorème de Heine (pas de démonstration).

Caractérisation des compacts en dimension finie.

### Exercices

EVN, sauf la connexité par arcs.