

# 1 - MATHÉMATIQUES

## 1.2 - Épreuves écrites

### 1.2 B - MATHÉMATIQUES I - filière PC

#### I) REMARQUES GÉNÉRALES

L'épreuve était constituée d'un problème comportant quatre parties et préliminaires permettant de passer en revue les connaissances classiques d'algèbre linéaire. Un barème assez équilibré entre les différentes parties a permis un bon étalement des notes. Mais la moyenne assez basse de l'ordre de 6,1 montre un net retrait des résultats par rapport à ceux de l'an dernier. Il est vrai cependant que ce thème a été rarement abordé au concours ces dernières années.

La longueur et la difficulté du sujet semblent avoir déstabilisé les candidats, ainsi qu'un manque de préparation et des connaissances trop approximatives sur l'algèbre linéaire ; la quatrième partie qui traitait un peu plus d'analyse et de développements en série a été négligée dans l'ensemble.

Dès l'introduction, les lacunes se sont fait sentir ; beaucoup de candidats ont fait de la démonstration par récurrence une utilisation systématique (alors qu'elle n'était pas nécessaire) et souvent mal menée. La notion de nilpotence et de l'indice est pour certains une notion bien vague.

#### II) REMARQUES PARTICULIÈRES

##### 2.1 – Préliminaire

Moins de la moitié des candidats est capable de justifier le caractère stationnaire de la suite des  $\text{Ker } f^k$ . Les justifications même à l'aide de démonstration par récurrence sont souvent approximatives.

Il est rare de voir justifier  $p \leq n$ .

Dans le c) certains ont pensé que  $q \leq n$ , ce qui est faux en général.

##### 2.2 – Première partie

Les questions 1a) et 1b) ont été les mieux traitées dans l'ensemble.

Quant à 1c) elle a été rarement abordée ; on ne voit pas pourquoi les polynômes de  $F$  sont de degré borné, ni comment appliquer le préambule à  $D_f$ . Quant au cas de la dimension infinie, celui-ci a été rarement considéré.

Au 2 pourtant immédiat certains ont éprouvé des difficultés à interpréter la relation pour le cas  $n=0$ , et la condition  $\lambda \geq 0$  n'est pas toujours évidente.

Le début du 3a) a été correctement traité, mais la construction de la matrice de  $f$  n'a pas été bien menée.

Quant à l'exemple du 4 il n'a été traité correctement que par une minorité, bien qu'on pouvait utiliser deux méthodes. Certains, par contre, ont mieux abordé le b, plus calculatoire.

##### 2.3 – Deuxième partie

Au 1a) beaucoup ne connaissent pas la définition de l'indice de nilpotence.

La condition  $\dim \text{Ker } g^2 \geq 2n$  n'a jamais été montrée correctement ; celle-ci découlait en fait des préliminaires pour les  $\text{Ker } g^i$ .

On constate clairement dans cette partie que les candidats ont eu du mal à manipuler les notions élémentaires d'image de noyau ainsi que de restrictions.

Les questions du 2, assez techniques, n'ont été traitées que par les meilleurs candidats. Au sujet des dimensions, les questions de finitude et de divisibilité ont été plutôt mal traitées.

#### **2.4 – Troisième partie**

Cette partie a été la plus sacrifiée.

Au 1, la dérivée de  $(I_{n+1} + tD_n)^{-1}$  n'apparaît presque jamais dans les copies.

L'expression des coefficients  $a_k$  n'apparaît pas souvent explicitement.

Au 2, où il fait pourtant allusion à une propriété bien connue par tous de l'exponentielle, le calcul de  $\mathcal{O}_u(t)$  montre que les candidats ne maîtrisent pas les notions de double indice.

Le 3 n'a pratiquement été jamais abordé.

#### **2.5 – Quatrième partie**

Le développement en série de  $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$  pourtant bien classique a été médiocrement traité dans beaucoup de copies. Il en a été de même pour la relation de récurrence des coefficients  $b_n$ ...

Un rayon de convergence négatif ou infini a été trouvé dans certaines copies.

Au 2, le caractère fini de la somme n'est pas très clair pour ceux qui ont abordé cette question.

L'application finale n'a pas été comprise.

### **III) CONSEILS AUX CANDIDATS**

Le manque de rigueur et de clarté a été ressenti dans bon nombre de copies. Cela n'a guère facilité la tâche des correcteurs ; il est difficile de se convaincre que le candidat a réellement compris la question.

Les définitions et les notions de base en algèbre linéaire sont loin d'être maîtrisées.

Un sérieux effort de mise au point est nécessaire.

Beaucoup de candidats ont certainement dû être surpris cette année par cette épreuve dont le thème principal n'était pas l'analyse.

Négliger la partie algèbre linéaire du programme est donc une habitude fâcheuse.