

## Espaces vectoriels normés (I)

### Plan de cours

Norme sur un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Seconde inégalité triangulaire.

Exemples de normes : associée à un produit scalaire, normes 1, 2 et infinie sur  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$ .

Structure d'evn produit.

Distance associée à une norme, distance d'un point à une partie non vide.

Boules, sphères. Parties bornées. Voisinage, ouvert, fermé. Propriétés.

Point adhérent à une partie.

Intérieur, adhérence, frontière d'une partie.

Suites d'éléments d'un evn. Convergence d'une telle suite, unicité de la limite. Toute suite convergente est bornée.

Suites extraites, valeurs d'adhérence d'une suite.

Caractérisation séquentielle des points adhérents, des fermés.

Topologie induite.

Limite d'une fonction en un point adhérent à son domaine. Caractérisation séquentielle de la limite. Opérations algébriques sur les limites.

Continuité ponctuelle (généralités).

Continuité globale. Caractérisation de la continuité globale par les images réciproques de fermés ou d'ouverts (pas de démonstration).

Prolongation d'une égalité par densité et continuité.

Caractérisation de continuité des applications linéaires.

### Exercices

Exercices portant sur les notions ci-dessus. La notion de norme d'algèbre (en principe hors programme) a été vue. Attention, la notion d'équivalence des normes n'a pas été vue.