

Anneaux, corps, algèbres

Plan de cours

Anneaux : définition, exemples, propriétés de calcul.

Éléments nilpotents d'un anneau.

Groupe des inversibles d'un anneau.

Diviseurs de zéro, anneau intègre, exemples.

Sous-anneaux : définition, exemples, caractérisation.

Morphismes d'anneaux.

Corps : définition, sous-corps (avec une caractérisation), morphismes de corps.

Idéaux d'un anneau commutatif : définition, idéal principal (et anneau principal), somme d'un nombre fini d'idéaux, le noyau d'un morphisme d'anneaux est un idéal. Divisibilité, éléments associés.

Anneau principal : exemples de \mathbb{Z} et $K[X]$.

Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$: définition, inversibles, théorème des reste chinois.

Indicatrice d'Euler, propriété de multiplicativité, formule, théorème d'Euler.

Algèbres : définition, exemples, notion de sous-algèbre, notion de morphisme d'algèbres, exemples et caractérisations.

Exercices

Anneaux, corps, algèbres, groupes.