

Espaces préhilbertiens réels (II)

Plan de cours

Isométries vectorielles d'un espace euclidien (ou endomorphismes orthogonaux, ou automorphismes orthogonaux) : définition, exemple des symétries orthogonales.

Groupe orthogonal d'un espace euclidien. Groupe spécial orthogonal.

Caractérisations des automorphismes orthogonaux.

Matrices orthogonales (définition par propriétés équivalentes). Groupe orthogonal d'indice n , groupe spécial orthogonal d'indice n .

Lien entre matrices orthogonales et automorphismes orthogonaux en base orthonormée.

Si F est stable par une isométrie f , alors F^\perp est stable par f .

Si f est un endomorphisme du \mathbb{R} -espace vectoriel E de dimension $n \in \mathbb{N}^*$, alors il existe une droite ou un plan stable par f .

Théorème de réduction des isométries vectorielles (pas de démonstration).

Application à la réduction des rotations vectorielles en dimension 3 (pas de démonstration).

Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien. Définition, exemples des projecteurs orthogonaux et des symétries orthogonales.

Lien entre endomorphismes symétriques et matrices symétriques réelles.

Caractérisation des projecteurs orthogonaux.

Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable.

Le spectre d'un endomorphisme symétrique (d'un espace euclidien non nul) est non vide.

Théorème spectral. Interprétation matricielle.

Exercices

Algèbre bilinéaire.