

## Programme de colles MP2

Semaine 16 (30 janvier-03 février 2017)

### Séries entières

#### Plan de cours

Définition d'une série entière, lemme d'Abel, rayon de convergence.

Convergence absolue en tout point du disque ouvert de convergence, convergence normale sur tout compact inclus dans ce disque ouvert.

Continuité de la somme sur le disque ouvert de convergence.

Règle de d'Alembert.

Somme de deux séries entières, produit de Cauchy de deux séries entières : minoration de leur rayon de convergence.

Série entière d'une variable réelle : elle est de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur l'intervalle ouvert de convergence. Intégration, dérivation terme à terme.

Notion de développement en série entière (d'une fonction d'une variable réelle ou complexe), en 0 uniquement.

Exemples classiques.

Toute fonction admettant un DSE en 0 est de classe  $\mathcal{C}^\infty$  au voisinage de 0, mais la réciproque est fautive.

Caractérisation de l'existence d'un DSE en 0 avec la série de Taylor.

Méthode de l'équation différentielle. Exemple de  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ .

#### Exercices

Séries entières.