

Devoir non surveillé

Exemples d'équations différentielles d'ordres 3 et 4

On cherche les solutions (réelles) sur \mathbb{R} de l'équation différentielle

$$(E) \quad y''' = y,$$

c'est-à-dire les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ trois fois dérivables, telles que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'''(x) = f(x)$$

1 Donner l'ensemble des solutions réelles sur \mathbb{R} de l'équation différentielle

$$(F) \quad y' = y$$

2 Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $g = f'' + f' + f$ est solution de (F).

3 En déduire l'ensemble des solutions de (E).

4 Adapter cette méthode pour résoudre l'équation

$$y^{(4)} = y$$

($y^{(4)}$ désigne la dérivée quatrième de y).