

# Devoir non surveillé

## Développement limité de la fonction tangente

Le but de cet exercice est de retrouver  $DL_6(0)$  de la fonction tangente (que l'on suppose donc inconnu).

**1** Décrire l'ensemble des réels  $x$  tels que  $\tan(x)$  et  $\tan(2x)$  soient bien définis. Donner dans ce dernier cas une relation liant ces deux quantités (sans la démontrer).

**2** Montrer l'existence de réels  $\alpha_3$  et  $\alpha_5$  tels que

$$\tan(x) = x + \alpha_3 x^3 + \alpha_5 x^5 + o_0(x^6)$$

**3** En utilisant 1, (re)trouver les valeurs de  $\alpha_3$  et  $\alpha_5$ .

**4** Retrouver ce résultat en partant du  $DL_6(0)$  de la fonction arctangente.

**5** Retrouver ce résultat en partant de la relation  $\tan' = 1 + \tan^2$ .